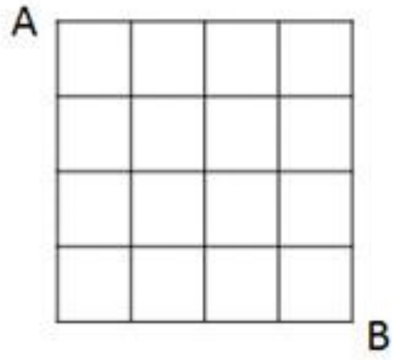
SUB14 - Problema 2
Passear sobre uma grelha



RESOLUÇÕES DE PARTICIPANTES

O Sub14 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de retificar pormenores de linguagem ou de correção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.

Imagina que precisas de te deslocar do canto superior esquerdo da grelha (A) até ao canto inferior direito (B). Para o fazeres só podes percorrer os lados dos quadrados unitários em duas direções: para baixo e para a direita.
Na grelha de 4 por 4, quantos caminhos podes escolher para ires de A até B?

David Ramires,

EB 2,3 de Monte Gordo

Comecei por contar vários caminhos, um por um, e verifiquei que fosse qual fosse o caminho que escolhia, andava sempre o correspondente a 8 lados da quadrícula – 4 para a direita e 4 para baixo. Depois vi que contando um por um, não chegava lá e era fácil enganar-me.

Dependendo do tipo de caminho, podemos fazer troços com mais ou menos "curvas".

- podemos andar 4 para a direita e 4 para baixo - **2 caminhos.**
- podemos andar 3 para direita, 4 para baixo e 1 para a direita - **6 caminhos**

(3+4+1; 2+4+2; 1+4+3 e como o primeiro passo pode ser para a direita ou para baixo, há 6 caminhos)

- podemos andar 2 para a direita, 3 para baixo, 2 para a direita e 1 para baixo - **18 caminhos**

(2+2+2+2 / 2+1+2+3 / 2+3+2+1 / 1+2+3+2 / 1+3+3+1 / 1+1+3+3 / 3+2+1+2 / 3+3+1+1 / 3+1+1+3 e como o primeiro passo pode ser para a direita ou para baixo existe o dobro destes caminhos, ou seja, existem 18 caminhos)

- podemos andar podemos andar 2 para a direita, 2 para baixo, 1 para a direita, 2 para baixo e 1 para a direita - **18 caminhos**

(1+1+1+3+2 / 1+1+2+3+1 / 2+1+1+3+1 / 1+2+1+2+2 / 2+2+1+2+1 / 1+3+1+1+2 / 1+2+2+2+1 / 1+3+2+1+1 / 2+3+1+1+1 / e como o primeiro passo pode ser para a direita ou para baixo existe o dobro destes caminhos, ou seja, existem 18 caminhos)

- podemos andar podemos andar 1 para a direita, 1 para baixo, 2 para a direita, 1 para baixo e 1 para a direita e 2 para baixo - **18 caminhos**

(2+2+1+1+1+1 / 1+2+2+1+1+1 / 1+1+2+2+1+1 / 1+1+1+2+2+1 / 1+1+1+1+2+2 / 2+1+1+1+1+2 / 2+1+1+2+1+1 /1+2+1+1+2+1 / 1+1+2+1+1+2 e como o primeiro passo pode ser para a direita ou para baixo existe o dobro destes caminhos, ou seja, existem 18 caminhos)

- podemos andar podemos andar 1 para a direita, 1 para baixo, 1 para a direita, 1 para baixo e 1 para a direita, 2 para baixo, 1 para a direita - **6 caminhos**

(1+1+1+1+1+2+1 / 1+2+1+1+1+1+1 / 1+1+1+2+1+1+1 e como o primeiro passo pode ser para a direita ou para baixo existe o dobro destes caminhos, ou seja, existem 6 caminhos)

- Continuei até fazer o caminho mais longo, 1 para a direita, 1 para baixo, 1 para a direita, 1 para baixo… – **2 caminhos**

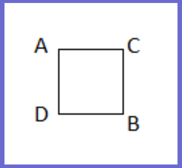
Para chegar à resposta calculei o número de caminhos que somados dão 8: 2 + 6 + 18 + 18 + 18 + 6 + 2 = **70 caminhos.**.

R: Existem 70 caminhos diferentes para chegar de A a B. ☺

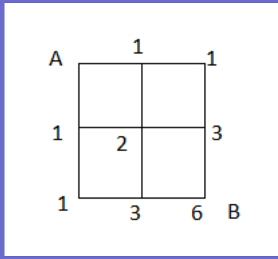
Catarina Macedo,

EB 2,3 de Santiago Maior, Beja

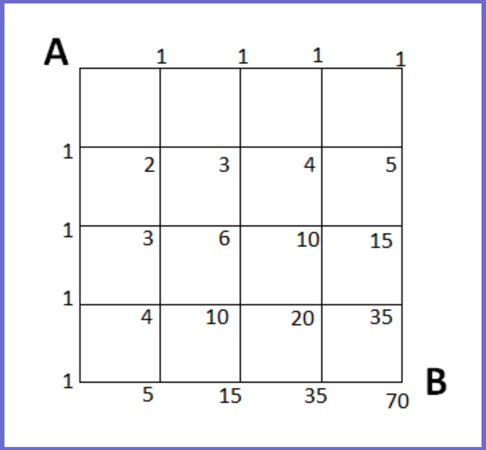
Começo por simplificar o problema, vendo quantas hipóteses é que há numa grelha de 1 por 1, para ir de A a B. De A a C só existe um caminho, tal como de A a D, e para ir para B é necessário passar por C ou por D, logo existirão 2 caminhos para ir de A a B.



Por isso, por exemplo, num quadrado de 2 por 2 haverá 6 hipóteses de ir de A a B. Os números representam quantas são as maneiras para ir de um ponto a outro.



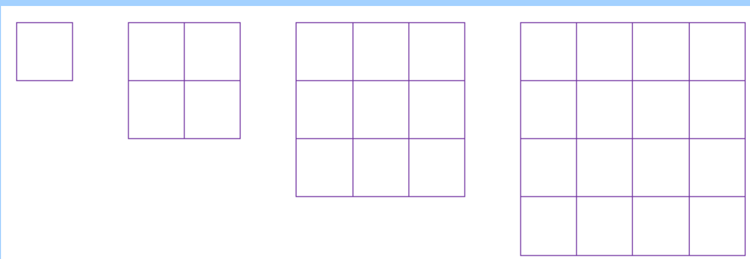
Logo a grelha de 4 por 4 teria 70 hipóteses para ir de A a B, tal como ilustra a figura.



Raphael Rodrigues, David Santos e Daniel Santos,

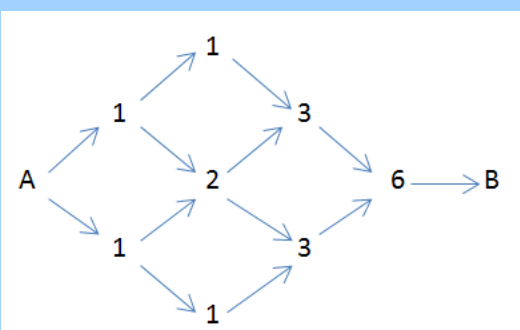
EBI/JI de Montenegro

Para resolver este problema vamos ver o que se passa em cada uma das grelhas quando se quer ir do vértice superior esquerdo até ao vértice inferior direito.



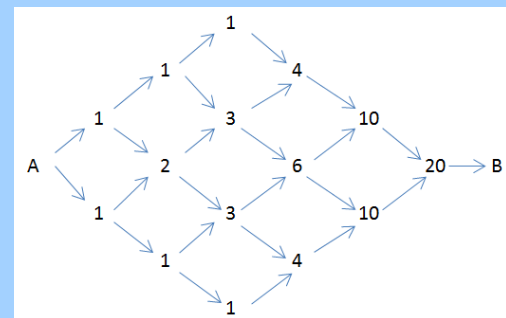
No caso da grelha 1x1 só existem 2 caminhos diferentes.

No caso da grelha 2x2 existem 6 caminhos diferentes

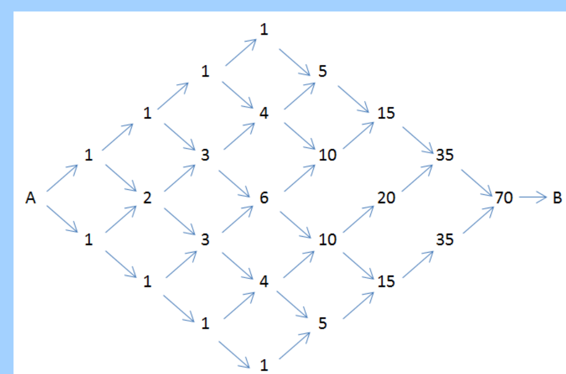


Conta-se o número de possibilidades para ir de um vértice ao próximo, e concluímos que é a soma das possibilidades dos vértices imediatamente anteriores.

No caso da grelha 3x3 existem 20 caminhos diferentes.



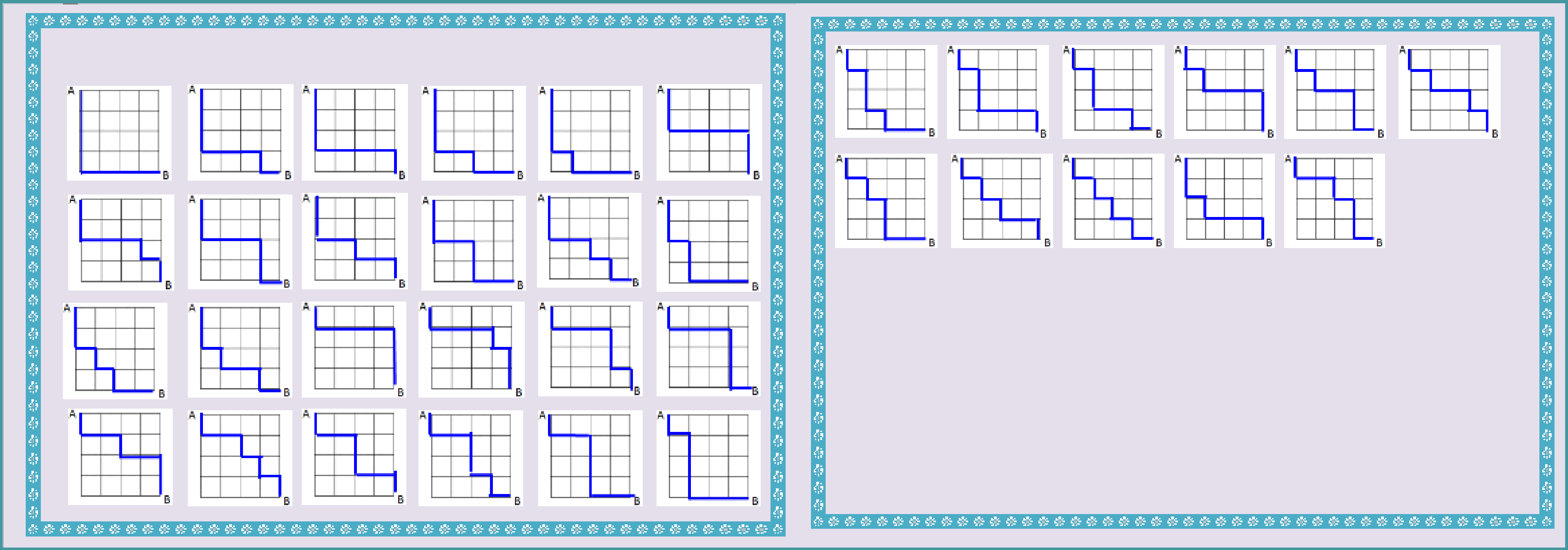
No caso da grelha 4x4 existem 70 caminhos diferentes.



Mariana Pereira,

EBI/JI José Carlos da Maia, Olhão

Para determinar o numero de caminhos que existem irei fazer grelhas com as possibilidades que existem partindo de A para baixo:



Agora que descobri quantos caminhos existem partindo do ponto A para baixo (35), experimentando a partir daí todas as possibilidades, multiplico por 2, ou seja, irei saber quantos caminhos existem partindo do ponto A para baixo e do ponto A para a direita, experimentando todas as possibilidades em ambos os casos: 35x2=70

Katia Sofia Oliveira,

Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé

Só se pode ir por baixo e pela direita.

Multiplica-se sempre por 2.

_+_= 8

4+4

1*2= 2

_+_+_=8

2+4+2

1+4+3

3+4+1

3*2= 6

_+_+_+_=8

2+2+2+2

1+3+3+1

3+3+1+1

2+1+2+3

1+2+3+2

3+2+1+2

2+3+2+1

1+1+3+3

3+1+1+3

9*2= 18

_+_+_+_+_=8

1+3+2+1+1

1+3+1+1+2

1+2+2+2+1

2+1+1+3+1

1+2+1+2+2

1+1+2+3+1

1+1+1+3+2

2+2+1+2+1

2+3+1+1+1

9*2= 18

_+_+_+_+_+_=8

2+1+1+1+1+2

1+2+2+1+1+1

1+2+1+1+2+1

1+1+2+1+1+2

1+1+1+2+2+1

2+2+1+1+1+1

2+1+1+2+1+1

2+1+1+2+1+1

1+1+2+2+1+1

9*2= 18

_+_+_+_+_+_+_=8

1+2+1+1+1+1+1

1+1+1+1+1+2+1

1+1+1+2+1+1+1

3*2= 6

_+_+_+_+_+_+_+_=8

1+1+1+1+1+1+1+1

1*2= 2

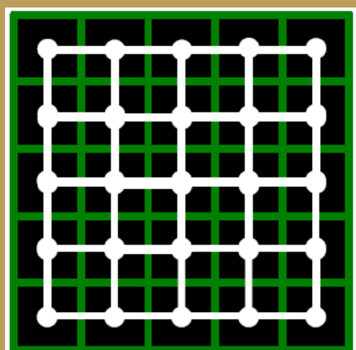
2+6+18+18+18+6+2= 70

Resposta: O número de caminhos possíveis são 70.

Rui Miguel da Fonseca,

EBI/JI de Montenegro

Primeiro, para me ajudar a pensar, vou transformar o painel de 4 × 4 num painel 5 × 5 e em vez de andar pelos lados dos quadrados, vou andar de quadrado em quadrado que como se vê é igual.



Depois, vou enumerar os quadrados pelas jogadas onde eles se podem encontrar: 1, 2, 3, ... De modo a que só se possa andar para baixo ou para a direita, como se vê na figura seguinte:

1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8
5	6	7	8	9

A seguir, acrescento uma letra ao número para que cada quadrado tenha uma classificação diferente. Classificando - os assim: passo 4, possibilidade b (4b); passo 5, possibilidade e (5e). Depois o painel ficou assim:

1a	2a	3a	4a	5a
2b	3b	4b	5b	6a
3c	4c	5c	6b	7a
4d	5d	6c	7b	8a
5e	6d	7c	8b	9a

Neste caso o ponto A passa a ser o quadrado 1a (ponto de partida) e o ponto B passa a ser o quadrado 9a (destino).

A maneira de resolver este problema é ver quantas possibilidades existem para chegar ao quadrado 9a em todos os quadrados começando com o próprio 9a, sabendo que:

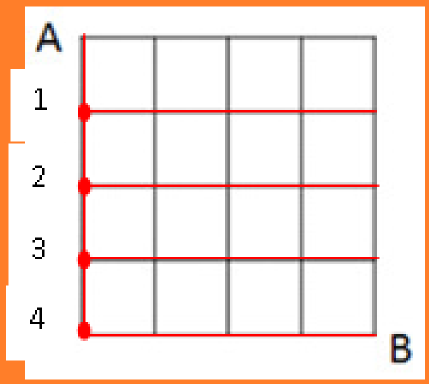
nº de possibilidades dum quadrado = nº de possibilidades do quadrado abaixo + nº de possibilidades do quadrado à direita

Resposta: Há 70 maneiras de atravessar o painel.

João Francisco Ramalho,

EB 2,3 de Reguengos de Monsaraz

1- Assinalei os seguintes pontos:



2-Tentei descobrir vários caminhos desde esses pontos até B:

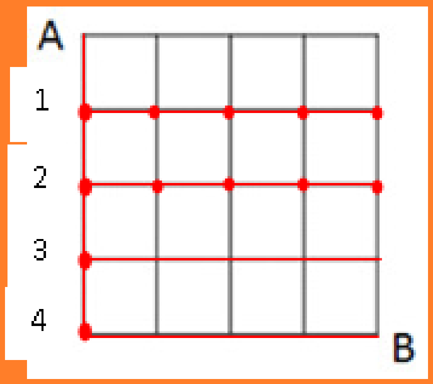
No **ponto 4** só havia um caminho:

- andar 4 para baixo e 4 para a direita

No **ponto 3** fiz 4 caminhos pela seguinte ordem:

- 1 (+1) para a direita, 1 para baixo e 3 (-1) para direita
- 2 para a direita, 1 para baixo e 2 para a direita
- 3 para a direita, 1 para baixo e 1 para a direita
- 4 para a direita e 1 para baixo (0 para a direita)

Nos **pontos 1 e 2** voltei a fazer a divisão por pontos:



Tentei descobrir vários caminhos desde esses 10 pontos até B.

No total encontrei 9 caminhos (da linha 3) e 19 caminhos (da linha 4)

3-**TOTAL-1+4+10+20=35**

4- Porém apenas foi descoberta metade dos caminhos no sentido baixo, direita:

35x2=70

Resposta: Posso escolher 70 caminhos.

Catarina Lages,

Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé

Todos os caminhos de A para B têm um 'comprimento' total de 8 unidades, ou seja, temos que andar sempre 4 unidades para a direita e 4 unidades para baixo. Mas podemos fazer isso em vários passos, somando apenas 2 números, 3, 4, 5, 6, 7 ou 8.

Começando pelas possibilidades para a direita, podem ser:

4

3+1

1+3

2+2

2+1+1

1+2+1

1+1+2

1+1+1+1

A estes, temos que somar os números para baixo, entre eles (no local do sinal “+”) ou ainda no final de cada sequência (terminando o caminho para baixo).

Por exemplo, em '3+1', ou colocamos apenas o número 4 entre eles (para baixo), ou colocamos um outro número no meio e outro no final (da sequência de 2 números: 3+1 ou 1+3 ou 2+2)

Assim, para o

4 » Há 1 hipótese (4 direita e 4 baixo)

3+1 » 4 hipóteses (uma somando apenas 3 números e três somando 4 números)

2+2 » 4 hipóteses (uma somando apenas 3 números e três somando 4 números)

2+1+1 » 6 hipóteses (três somando 5 números e três somando 6 números)

1+2+1 » 6 hipóteses (três somando 5 números e três somando 6 números)

1+1+2 » 6 hipóteses (três somando 5 números e três somando 6 números)

1+1+1+1 » 4 hipóteses (três somando 7 números e uma somando 8 números)

Aqui temos 35 hipóteses.

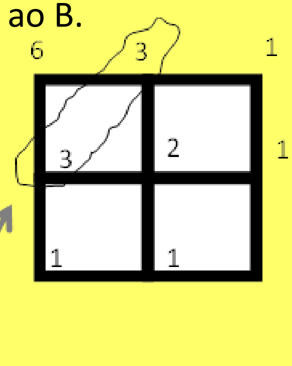
Mas, podemos inverter tudo, começando o caminho para baixo. Assim, há o dobro de hipóteses: 35 x 2 = 70

Beatriz Alves,

EB 2,3 D. Martinho Castelo Branco, Portimão

Se a grelha fosse composta apenas por um quadrado, haveria 2 caminhos (seguindo apenas para a direita e para baixo, do canto A para o B). Junto de cada canto, está o número de caminhos que haveria se eu partisse desse canto para o B.

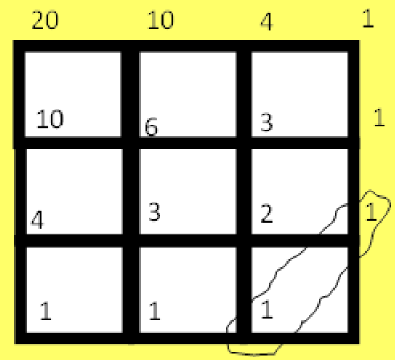
Se fosse composta por quatro quadrados, existiriam 6 caminhos, do canto A ao B.



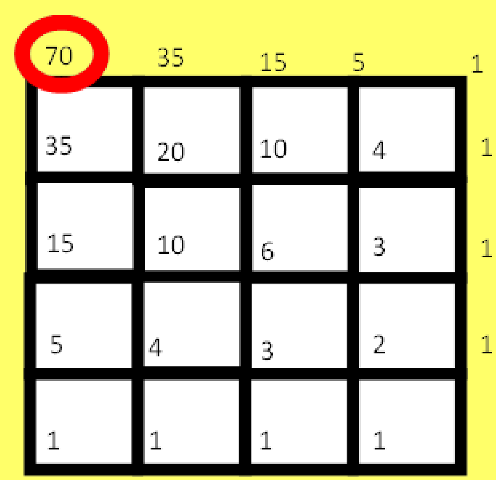
Cada canto é igual à soma do canto imediatamente em baixo MAIS o canto imediatamente à direita.

- 6=3+3
- 3=2+1
- Etc…

Logo, segundo esta lógica, se a grelha fosse composta por nove quadrados…



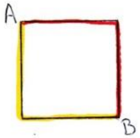
Finalmente, na grelha de 4x4 (com dezasseis quadrados), **são possíveis 70 caminhos, do canto A ao canto B, deslocando apenas para a direita e para baixo.**



Ana Sofia Guerreiro,

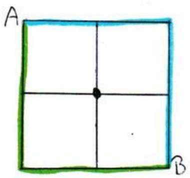
EB 2,3 Padre João Coelho Cabanita, Loulé

Primeiro tentei descobrir quantos caminhos há para me deslocar do canto superior esquerdo ao canto inferior direito numa grelha 1 por 1.



| ← Primeiro caminho
| ← Segundo caminho
Por isso numa grelha 1 por 1 existem 2 caminhos.

Depois tentei descobrir o mesmo mas numa grelha 2 por 2.

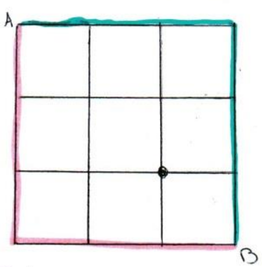


Existem $2 \times 2 + 1 + 1 = 6$

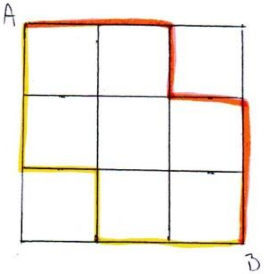
Fiz 2×2 porque são as 2 possibilidades da grelha 1 por 1 vezes dois caminhos para chegar ao B

Na grelha 2 por 2 existem 6 caminhos

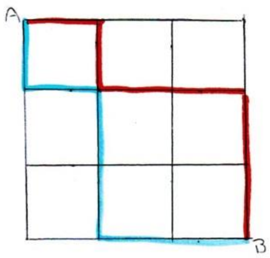
De seguida tentei fazer o mesmo numa grelha 3 por 3



+



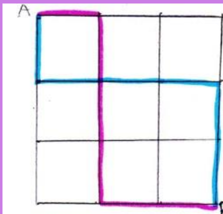
+



Tenho que fazer $6 \times 2 + 1 + 1 = 14$

$14 + 2 = 16$

$16 + 2 = 18$

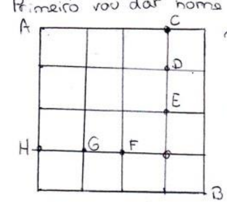


$18 + 2 = 20$

Logo existem 20 caminhos numa grelha 3 por 3

Por fim vou seguir o mesmo raciocínio numa grelha 4 por 4

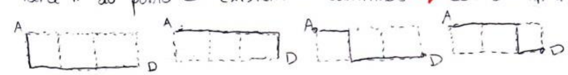
Primeiro vou dar nome a alguns pontos:



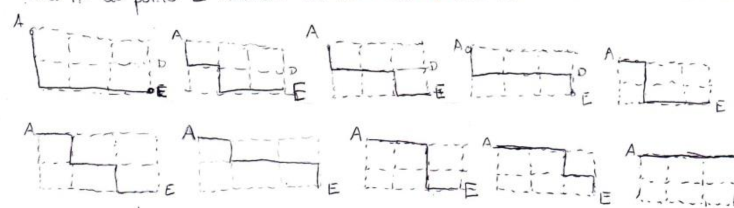
Reparei numa maneira de fazer as coisas mais facilmente:
Vou pensar em cada ponto e traçar quantos caminhos existem para chegar a cada um deles.
Vou partir do raciocínio que tive anteriormente
$20 \times 2 + \_ + \_ + \_ + \_ + \_ + \_ = \_$

Para ir ao ponto C só existe um caminho → $20 \times 2 + 1 + \_ + \_ + \_ + \_ + \_$

Para ir ao ponto D existem 4 caminhos → $20 \times 2 + 1 + 4 + \_ + \_ + \_ + \_$



Para ir ao ponto E existem 10 caminhos → $20 \times 2 + 1 + 4 + 10 + \_ + \_ + \_$



Como os restantes pontos têm o mesmo número de caminhos (H tem 1 caminho, G tem 4 caminhos e F tem 10 caminhos) agora só tenho que fazer a seguinte conta:

$20 \times 2 + 1 + 4 + 10 + 1 + 4 + 10 =$
$= 40 + 5 + 10 + 5 + 10 =$
$= 40 + 30 =$
$= 70$

R: Numa grelha 4 por 4 existem 70 caminhos possíveis.

Vasile Karpa, Alexandre Mestre e Laura Leoni,

EB 2,3 Dr. António Sousa Agostinho, Almancil